

2017年第3問

3 関数  $f(x)$  を

$$f(x) = \log \frac{1+x}{1-x} \quad (-1 < x < 1)$$

で定め、 $f(x)$  の逆関数を  $g(x)$  とする。ただし、対数は自然対数とする。次の問いに答えよ。

(1)  $0 < x < 1$  において、不等式

$$f(x) > 2 \left( x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} \right)$$

が成り立つことを示せ。

(2)  $g(x)$  を求めよ。

(3)  $t$  を正の実数とする。  $xy$  平面において、曲線  $y = g(x)$  と  $y$  軸、および2直線  $x = t$ ,  $y = 1$  で囲まれた部分の面積を  $S(t)$  とする。  $\lim_{t \rightarrow \infty} S(t)$  を求めよ。

(4) 曲線  $y = \{g(x)\}^2$  上の点  $(p, \{g(p)\}^2)$  における接線を  $l$  とする。接線  $l$  の傾きが最大になる  $p$  の値と、そのときの傾きを求めよ。