

2018年第1問

1  $x$ は $0 < x < 1$ を満たす実数とする。△OABにおいて、

辺OAを $\frac{x}{2} : \left(1 - \frac{x}{2}\right)$ に内分する点をC、

辺OBを $(1-x) : x$ に内分する点をD、

線分ADと線分BCの交点をP

とする。  $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$  とするとき、次の問いに答えよ。

(1)  $\vec{OP}$ を $x$ と $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ を用いて表せ。

(2) 辺ABの中点をMとする。点Pが線分OM上にあるときの $x$ の値を $\alpha$ とする。 $\alpha$ を求めよ。また、そのときのOP:PMを求めよ。

(3)  $OA = 6OB$ ,  $\angle AOP = \angle BOP$ であるときの $x$ の値を $\beta$ とする。 $\beta$ を求めよ。

(4)  $OA = 2$ ,  $OB = 1$ ,  $\cos \angle AOB = -\frac{1}{4}$ であり、 $\vec{OP}$ と $\vec{AB}$ が垂直であるときの $x$ の値を $\gamma$ とする。 $\gamma$ を求めよ。