

2013年理工第3問

3  $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$  を満たす  $\theta$  に対し,  $xy$  平面の第1象限の点  $P$  および  $x$  軸の正の部分にある点  $Q$  を

$$\angle QOP = \theta, \quad \angle PQO = 2\theta, \quad PQ = 1$$

を満たすようにとる.  $PQ$  の中点を  $R$  とする.  $\theta$  が  $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$  の範囲を動くとき,  $P$  の軌跡を  $C_1$ ,  $R$  の軌跡を  $C_2$  とする. 次の問いに答えよ.

- (1)  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  の座標を  $\theta$  を用いて表せ.
- (2)  $C_1$ ,  $C_2$  を求め, それらを図示せよ.
- (3)  $C_1$ ,  $C_2$  および  $x$  軸で囲まれる部分を  $x$  軸のまわりに1回転してできる回転体の体積を求めよ.