2012年 理（数） 第2問

$\boxed{2}$ s，t を実数とし，$0<s<1$ とする．座標空間内の3点

$$\mathrm{P}((2-s)+s\cos t,\ 0,\ (2-s)+s\sin t),$$

$$\mathrm{Q}\left(\frac{2-s}{\sqrt{2}}+\frac{s}{\sqrt{2}}\cos t,\ \frac{2-s}{\sqrt{2}}+\frac{s}{\sqrt{2}}\cos t,\ (2-s)+s\sin t\right),$$

$$\mathrm{R}(0,\ 0,\ (2-s)+s\sin t)$$

について，次の問いに答えよ．

(1) P，Q，R を含む平面の方程式を求めよ．

(2) $\mathrm{RP}=\mathrm{RQ}$ を示せ．

点Qは，点Rを中心としRPを半径とする円周上に存在する．このとき，弦PQに対する弧PQと，半径RPおよび半径RQで囲まれる扇形を C とする．ただし，C の中心角 $\angle\mathrm{PRQ}$ は π 以下とする．

(3) C の面積を s と t を用いて表せ．

(4) t が $-\dfrac{\pi}{2}\leqq t\leqq\dfrac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき，Rの z 座標の動く範囲を s を用いて表せ．

(5) t が $-\dfrac{\pi}{2}\leqq t\leqq\dfrac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき，扇形 C が通過する部分の体積 V_1 を s を用いて表せ．

(6) t が $\dfrac{\pi}{2}\leqq t\leqq\dfrac{3\pi}{2}$ の範囲を動くとき，扇形 C が通過する部分の体積 V_2 を s を用いて表せ．

(7) 上の(5)，(6)の V_1，V_2 に対して，s が $\dfrac{1}{4}\leqq s\leqq\dfrac{1}{2}$ の範囲を動くときの V_1-V_2 の最大値とそのときの s の値を求めよ．