東京理科大学

2015年 理工（情報科・工業化・機械工・土木工） 第1問

$\boxed{1}$ 次の文章の $\boxed{ア}$ から $\boxed{ム}$ までに当てはまる数字0〜9を求めなさい．

(1) c を定数として，3次関数 $f(x)$ を

$$f(x)=\frac{1}{3}x(x-1)(x-c)$$

と定める．$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は α，β $(\alpha<\beta)$ において

$$f'(\alpha)=0,\quad f'(\beta)=0$$

を満たすものとする．

解と係数の関係により，

$$\alpha+\beta=\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}(c+1),\quad \alpha\beta=\frac{1}{\boxed{ウ}}c$$

である．したがって

$$\frac{f(\alpha)-f(\beta)}{\alpha-\beta}=-\frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}\boxed{カ}}(c^2-c+\boxed{キ})$$

$$(\alpha-\beta)^2=\frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}(c^2-c+1)$$

となるので，$c=\dfrac{1}{2}$ のとき

$$f(\alpha)-f(\beta)=\frac{\sqrt{\boxed{コ}}}{\boxed{サ}\boxed{シ}}$$

である．

(2) 定数 θ に対して，数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n=\cos(2^{n-1}\theta)\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

と定める．

(i) 余弦の2倍角の公式により，数列 $\{a_n\}$ は漸化式

$$a_{n+1}=\boxed{ス}\,a_n^2-1$$

を満たす．

(ii) θ が $\cos\theta=\dfrac{1}{3}$ を満たすとき

$$a_3=\frac{\boxed{セ}\boxed{ソ}}{\boxed{タ}\boxed{チ}}$$

である．

（iii）$\theta=\dfrac{5}{96}\pi$ とするとき

$$a_{n+1}=a_n$$

を満たす最小の正の整数 n は $\boxed{\text{ツ}}$ である．

(3) 大，中，小の3個のさいころを同時に投げるものとする．

（i）1の目が少なくとも1つ出る確率は $\dfrac{\boxed{\text{テ}}\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}\boxed{\text{ニ}}\boxed{\text{ヌ}}}$ である．

（ii）出る目の最大値が5である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ネ}}\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}\boxed{\text{ヒ}}\boxed{\text{フ}}}$ である．

（iii）大のさいころの目は中のさいころの目以上であり，かつ，小のさいころの目は中のさいころの目以下である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}\boxed{\text{マ}}}$ である．

（iv）大と小のさいころの目の平均が中のさいころの目と等しい確率は $\dfrac{1}{\boxed{\text{ミ}}\boxed{\text{ム}}}$ である．