

2015年理工(数·建築·電気電子情報工)第2問

2 t を 0 < t < 1 を満たす実数として、関数 f(x) を

$$f(x) = -x^2 + (1+t^2)x - t^2$$

と定める. 座標平面において、原点 O から放物線 y=f(x) へ引いた接線のうち、接点の x 座標が正のものを考える. その接点を $P(p,\ f(p))$ とおく.

- (1) 点Pの座標をtを用いて表せ.
- (2) 放物線 y=f(x) の $x \leq p$ の部分、x 軸、直線 x=p で囲まれる図形の面積を S_1 とする. S_1 を t を用いて表せ.
- (3) 線分 OP, x 軸, 直線 x = p で囲まれる図形の面積を S_2 とし, (2) の S_1 に対して $S = S_2 S_1$ とおく. t が 0 < t < 1 の範囲を動くとき S を最大にする t の値を求めよ.