東京理科大学

2015年 理（数） 第1問

$\boxed{1}$ 次の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ヒ}$ にあてはまる0から9までの数字，および，$\boxed{あ}$ にあてはまる＋か－の符号を入れよ．

p を3で割り切れない整数とする．このとき，整数 a と b に対し，

「$pa-b$ が3の倍数ならば，$a-pb$ も3の倍数になる.」

がわかる．これを認めて，2つの整数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ を以下のように定める．$a_1=1$ とし，b_1 は0，1，2いずれかの数で pa_1-b_1 が3の倍数になるようなものとし，$n=2, 3, \cdots$ に対し，a_n，b_n を次のように定める．

- $a_n=\dfrac{1}{3}(a_{n-1}-pb_{n-1})$
- b_n は，0，1，2いずれかの数で pa_n-b_n が3の倍数となるようなものとする．

このように定められた2つの整数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ について，以下の各問いに答えよ．

(1) $p=8$ のとき，$b_1=\boxed{ア}$，$a_2=-\boxed{イ}$，$b_2=\boxed{ウ}$，$a_3=-\boxed{エ}$，$b_4=\boxed{オ}$，$a_4=-\boxed{カ}$，$b_4=\boxed{キ}$，$a_5=-\boxed{ク}$，$b_5=\boxed{ケ}$，$a_6=-\boxed{コ}$ となる．

(2) $p=-13$ のとき，$a_{190}=\boxed{サ}$，$b_{190}=\boxed{シ}$，$a_{191}=\boxed{ス}$，$b_{191}=\boxed{セ}$，$a_{192}=\boxed{ソ}$，$b_{192}=\boxed{タ}$ となる．

(3) $p=-13$ のとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{200}a_k=\boxed{チ}\boxed{ツ}\boxed{テ}$ となる．

(4) $p=-13$ のとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{30}k^2b_k=\boxed{ト}\boxed{ナ}\boxed{ニ}\boxed{ヌ}$ となる．

(5) $p=3^{11}+1$ のとき，数列 $\{b_n\}$ の第2項目以降で0でない値が初めて出てくるのは，第 $\boxed{ネ}\boxed{ノ}$ 項目であり，その項の値は $\boxed{ハ}$ である．

(6) 数列 $\{b_n\}$ のすべての項が1となるような整数 p で絶対値が最小となるものは，$\boxed{あ}$ $\boxed{ヒ}$ である．0のときは，+0で表すものとする．