

2014年基礎工第3問

数理
石井K

3 aを正の実数として、

$$f(x) = \frac{ax+1}{x^2+2}$$

とおく. $f(x)$ は $x = \frac{4}{3}$ で極値をとるとする.

(1) a の値は ア イ である.

(2) $f(x)$ の最小値は $-\text{ウ}$ であり, そのときの x の値は $-\frac{\text{エ}}{\text{オ}}$ である.

(3) k を実数として, 座標平面上で曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = k$ を考える. その共有点がただ1つになるのは, $k = -\text{カ}$, キ , $\frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$ のときである.

$$(1) f'(x) = \frac{a(x^2+2) - (ax+1) \cdot 2x}{(x^2+2)^2} = \frac{-ax^2 - 2x + 2a}{(x^2+2)^2}$$

$$f'\left(\frac{4}{3}\right) = 0 \text{ より, } f'\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{18(a-12)}{34^2} = 0 \therefore a = 12 //$$

$$(2) a = 12 \text{ より, } f'(x) = \frac{-2(2x+3)(3x-4)}{(x^2+2)^2}$$

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ と右の増減表より.

x	...	$-\frac{3}{2}$...	$\frac{4}{3}$...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	↓	-4	↑	$\frac{9}{2}$	↓

$$f(x) \text{ は } x = -\frac{3}{2} \text{ のとき 最小値 } f\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{12 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 1}{\frac{9}{4} + 2} = -4 \text{ をとる.}$$

$$(3) f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{16+1}{\frac{16}{9}+2} = \frac{9}{2} \text{ より グラフは右のようになる.}$$

$\therefore y = k$ との共有点が1つになるのは,

$$k = -4, 0, \frac{9}{2} //$$

