2015年 理（数理情報科・応用物理・応用化学） 第3問

$\boxed{3}$ 座標平面上の放物線 $C_1 : y = 2x^2 + 2x + \dfrac{1}{2}$ と $C_2 : y = -2x^2 + 2x + \dfrac{3}{2}$ に対して次の問いに答えよ．なお，必要なら $\boxed{1}$ (1) の結果を使ってもよい．

(1) C_1 上の点 $\mathrm{A}(t,\ 2t^2 + 2t + \dfrac{1}{2})$ と C_2 上の点 $\mathrm{B}(s,\ -2s^2 + 2s + \dfrac{3}{2})$ に対し，C_1 の点 A における接線の傾きと C_2 の点 B における接線の傾きが等しくなるための必要十分条件を t と s の式で表せ．

(2) (1) の条件を満たすようなどんな実数 t，s に対しても，直線 AB はある共通の点 M を通る．M の座標を求めよ．

(3) M を (2) で求めた点とする．C_1 とただ一つの共有点をもつような，M を中心とする円に対して，円の半径と共有点の x 座標を求めよ．

(4) M を (2) で求めた点とする．C_2 とただ一つの共有点をもつような，M を中心とする円に対して，円の半径と共有点の x 座標を求めよ．

(5) (1) の条件を満たすような実数 t，s に対して，線分 AB の長さがとり得る値の最小値を求めよ．