旭川医科大学

2010年 医学部 第2問

$\boxed{2}$ $\alpha > 1$とする．$0 < t < \dfrac{\pi}{\alpha - 1}$となる$t$に対して，$xy$平面上の点$\mathrm{P}(\cos t,\ \sin t)$と点$\mathrm{Q}(\cos \alpha t,\ \sin \alpha t)$を通る直線を$\ell_t$とする．次の問いに答えよ．

(1) 直線ℓ_tの方程式を

$$f(t)x + g(t)y = h(t)$$

とする．$h(t) = -\sin(\alpha - 1)t$のとき，$f(t)$，$g(t)$を求めよ．

(2) 行列$\begin{pmatrix} f(t) & g(t) \\ f'(t) & g'(t) \end{pmatrix}$は逆行列をもつことを示せ．

(3) $x(t)$，$y(t)$を

$$\begin{pmatrix} f(t) & g(t) \\ f'(t) & g'(t) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h(t) \\ h'(t) \end{pmatrix}$$

を満たすものとし，点$\mathrm{R}(x(t),\ y(t))$が描く曲線をCとする．このとき，点Rは直線ℓ_t上にあり，曲線Cの点Rにおける接線はℓ_tと一致することを示せ．