

2014年 情報工学部 第2問

2  $A + B = E$ ,  $AB = O$ をみたす  $2 \times 2$  行列  $A$ ,  $B$  を考える. ただし,  $E$  は単位行列,  $O$  は零行列である. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $A^2 = A$ ,  $B^2 = B$ ,  $BA = O$  となることを示せ.
- (2)  $(A + \alpha B)^n = A + k_n B$  をみたす実数  $k_n$  を推測し, その推測が正しいことを数学的帰納法を用いて証明せよ. ただし,  $\alpha$  は実数であり,  $n$  は自然数である.
- (3)  $A + \alpha B = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$  であるとき,  $A$ ,  $B$  と実数  $\alpha$  を求めよ.