

2013年理系第1問

1  $p, q$  は実数で,  $p \neq 0$  を満たすものとする.

$$A = \begin{pmatrix} p & p-1 \\ -p & 1-p \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1-p & 1-p \\ p & p \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} q & q \\ p & p \end{pmatrix}$$

とおく. 次の問いに答えよ.

- (1)  $A^2 = A, B^2 = B$  が成り立つことを示せ.
- (2)  $AC = CA$  であるための必要十分条件は,  $q = 1 - p$ , すなわち  $C = B$  であることを示せ.
- (3)  $x, y$  を実数,  $n$  を自然数とすると,  $(xA + yB)^n = x^n A + y^n B$  が成り立つことを示せ.