2012年 理（数理情報科・応用物理・応用化学） 第3問

$\boxed{3}$ a を $a > 2$ であるような実数とする．座標平面上で，曲線 $y = \dfrac{1}{x}$ を C_1 とし，点 $(a,\ a)$ を中心とし点 $(1,\ 1)$ を通る円を C_2 とする．曲線 C_1 と円 C_2 の点 $(1,\ 1)$ 以外の共有点のうち，x 座標が1より小さいものをBとする．点Bから直線 $y = x$ に下ろした垂線と直線 $y = x$ の交点をHとする．

(1) 円 C_2 の方程式を求めよ．

(2) 点Hの座標を求めよ．また，点Hと点 $(1,\ 1)$ の距離を求めよ．

(3) t を正の実数とする．直線 $y = x$ 上にあり点 $(1,\ 1)$ からの距離が t である点のうち，x 座標が1より大きいものをPとする．点Pを通り直線 $y = x$ に垂直な直線と曲線 C_1 の交点のうち，x 座標が1より小さいものをQとする．このとき，線分PQの長さを t を用いて表せ．

(4) 直線 $y = x$ と線分BH，および曲線 C_1 で囲まれた部分を，直線 $y = x$ の周りに1回転させてできる立体の体積を求めよ．