

2015年理工（数・建築・電気電子情報工）第2問

2 t を $0 < t < 1$ を満たす実数として、関数 $f(x)$ を

$$f(x) = -x^2 + (1+t^2)x - t^2$$

と定める。座標平面において、原点 O から放物線 $y = f(x)$ へ引いた接線のうち、接点の x 座標が正のものを考える。その接点を $P(p, f(p))$ とおく。

- (1) 点 P の座標を t を用いて表せ。
- (2) 放物線 $y = f(x)$ の $x \leq p$ の部分、 x 軸、直線 $x = p$ で囲まれる図形の面積を S_1 とする。 S_1 を t を用いて表せ。
- (3) 線分 OP 、 x 軸、直線 $x = p$ で囲まれる図形の面積を S_2 とし、(2) の S_1 に対して $S = S_2 - S_1$ とおく。 t が $0 < t < 1$ の範囲を動くとき S を最大にする t の値を求めよ。