2015年 工（建築・電気工） 第1問

1 $\boxed{}$ 内に0から9までの数字を1つずつ入れよ．

(1) aを正の定数とし，関数

$$f(x)=\tan 2x \left(0 \leqq x < \frac{\pi}{4}\right) \text{ および } g(x)=a\cos x \left(0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}\right)$$

に対して，曲線$y=f(x)$と$y=g(x)$の交点のx座標をθとする．曲線$y=f(x)$とx軸，および直線$x=\theta$で囲まれた部分の面積Sを考える．

(i) $a=\boxed{ア}$のとき，$\theta=\dfrac{\pi}{6}$である．このとき$S=\dfrac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}\times\log\boxed{エ}$である．

(ii) $a=\sqrt{\boxed{オ}}$のとき，$S=\dfrac{1}{2}\log\dfrac{\sqrt{7}+1}{2}$である．

ただし，正の数Aに対して，$\log A$はAの自然対数を表す．

(2) 1個のサイコロを投げ，その出た目によって，点Pを座標平面上で移動させる試行を繰り返す．

点Pの出発点$(x_0,\ y_0)$を原点$(0,\ 0)$とし，1回目の試行（移動）後の点Pの座標を$(x_1,\ y_1)$，2回目の試行（移動）後の点Pの座標を$(x_2,\ y_2)$，以下同様にk回目の試行（移動）後の点Pの座標を$(x_k,\ y_k)$とする．

座標$(x_k,\ y_k)$ $(k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$は次のルールによって定める．

サイコロをk回目に投げたとき，出た目を3で割った商をq，余りをrとして，x_kを次のようにqによって定め，

$$\begin{cases} q=0 & \text{のとき } x_k=x_{k-1} \\ q=1 & \text{のとき } x_k=x_{k-1}+1 \\ q=2 & \text{のとき } x_k=x_{k-1}-1 \end{cases}$$

y_kを次のようにrによって定める．

$$\begin{cases} r=0 & \text{のとき } y_k=y_{k-1} \\ r=1 & \text{のとき } y_k=y_{k-1}+1 \\ r=2 & \text{のとき } y_k=y_{k-1}-1 \end{cases}$$

ただし，サイコロを投げたとき，1から6の目がそれぞれ確率$\dfrac{1}{6}$で出るものとする．

(i) $(x_2,\ y_2)=(0,\ 0)$である確率は$\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$であり，$(x_3,\ y_3)=(0,\ 0)$である確率は$\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エオ}}$である．

(ii) x_k+y_kが偶数である確率をp_kとすると，$p_1=\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$であり，

$$p_k=\frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}\cdot\left(-\frac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}\right)^k+\frac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}} \quad (k=2,\ 3,\ 4,\ \cdots)$$

である．

(3) 1辺の長さが1の正四面体OABCにおいて，辺OAを2：1の比に内分する点をP（OP：PA＝2：1），辺OCを1：2の比に内分する点をQ（OQ：QC＝1：2），辺ABの中点をMとする．

（i）$\mathrm{MP}=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$，$\mathrm{MQ}=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である．

（ii）三角形MPQの面積は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}\times\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}$ である．

（iii）辺BC上の $\mathrm{BR}=\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ となる点Rは，3点M，P，Qで定まる平面上にある．