

## 2015年理(数)第1問

1 次の  ~  にあてはまる0から9までの数字, および,  にあてはまる+か-の符号を入れよ.

$p$  を3で割り切れない整数とする. このとき, 整数  $a$  と  $b$  に対し,

「 $pa - b$  が3の倍数ならば,  $a - pb$  も3の倍数になる。」

がわかる. これを認めて, 2つの整数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  を以下のように定める.  $a_1 = 1$  とし,  $b_1$  は0, 1, 2いずれかの数で  $pa_1 - b_1$  が3の倍数になるようなものとし,  $n = 2, 3, \dots$  に対し,  $a_n, b_n$  を次のように定める.

- $a_n = \frac{1}{3}(a_{n-1} - pb_{n-1})$
- $b_n$  は, 0, 1, 2いずれかの数で  $pa_n - b_n$  が3の倍数となるようなものとする.

このように定められた2つの整数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  について, 以下の各問いに答えよ.

- (1)  $p = 8$  のとき,  $b_1 = \text{ア}$ ,  $a_2 = -\text{イ}$ ,  $b_2 = \text{ウ}$ ,  $a_3 = -\text{エ}$ ,  $b_4 = \text{オ}$ ,  $a_4 = -\text{カ}$ ,  $b_4 = \text{キ}$ ,  $a_5 = -\text{ク}$ ,  $b_5 = \text{ケ}$ ,  $a_6 = -\text{コ}$  となる.
- (2)  $p = -13$  のとき,  $a_{190} = \text{サ}$ ,  $b_{190} = \text{シ}$ ,  $a_{191} = \text{ス}$ ,  $b_{191} = \text{セ}$ ,  $a_{192} = \text{ソ}$ ,  $b_{192} = \text{タ}$  となる.
- (3)  $p = -13$  のとき,  $\sum_{k=1}^{200} a_k = \text{チ}$    となる.
- (4)  $p = -13$  のとき,  $\sum_{k=1}^{30} k^2 b_k = \text{ト}$     となる.
- (5)  $p = 3^{11} + 1$  のとき, 数列  $\{b_n\}$  の第2項目以降で0でない値が初めて出てくるのは, 第   項目であり, その項の値は  である.
- (6) 数列  $\{b_n\}$  のすべての項が1となるような整数  $p$  で絶対値が最小となるものは,   である. 0のときは, +0で表すものとする.