

2014年薬学部(薬)第4問

4  $r$ は2以上9以下の自然数とする。 $n$ を $r$ 以上の自然数として、次の条件を満たす $n$ 桁の自然数を考える。

- (i) 各位の数は1から $r$ までの数1, 2, ...,  $r$ のどれかである。  
 (ii) 1, 2, ...,  $r$ のどの一つも必ずどこかの位に現れる。

このような自然数全体の集合を考え、この集合の要素の個数を ${}_rS_n$ とおく。また、この集合のすべての要素の和を $f_r(n)$ とおく。

(1)  $r = 2$ とする。(i)  ${}_2S_2 = \square \text{ア}$ ,  ${}_2S_3 = \square \text{イ}$  である。一般に、 ${}_2S_n = \square \text{ウ}$  <sup>$n$</sup>  -  $\square \text{エ}$  である。(ii)  $f_2(2) = \square \text{オ}$   $\square \text{カ}$ ,  $f_2(3) = \square \text{キ}$   $\square \text{ク}$   $\square \text{ケ}$  である。一般に、 $f_2(n) = \frac{\square \text{コ}}{\square \text{サ}} (\square \text{シ}$   $\square \text{ス}$  <sup>$n$</sup>  - 1)  $\cdot {}_2S_n$  が成り立つ。(2)  $r = 3$ とする。(i)  ${}_3S_n = \square \text{セ}$  <sup>$n$</sup>  -  $\square \text{ソ}$   $\cdot \square \text{ウ}$  <sup>$n$</sup>  +  $\square \text{タ}$  である。(ii)  $f_3(n) = \frac{\square \text{チ}}{\square \text{ツ}} (\square \text{シ}$   $\square \text{ス}$  <sup>$n$</sup>  - 1)  $\cdot {}_3S_n$  が成り立つ。(3)  $r = 4$ とする。(i)  ${}_4S_n = \square \text{テ}$  <sup>$n$</sup>  -  $\square \text{ト}$   $\cdot \square \text{セ}$  <sup>$n$</sup>  +  $\square \text{ナ}$   $\cdot \square \text{ウ}$  <sup>$n$</sup>  -  $\square \text{ニ}$  である。(ii)  $f_4(n) = \frac{\square \text{ヌ}}{\square \text{ネ}$   $\square \text{ノ}} (\square \text{シ}$   $\square \text{ス}$  <sup>$n$</sup>  - 1)  $\cdot {}_4S_n$  が成り立つ。