

2014年基礎工第5問

5 座標平面上の曲線 $y = x^2$ 上に2点 $A(-1, 1)$, $B(3, 9)$ をとり, t を実数として, 点 $P(t, t^2)$ をとる. $f(t) = \vec{PA} \cdot \vec{PB}$ とおく. ただし, $\vec{PA} \cdot \vec{PB}$ は2つのベクトル \vec{PA} と \vec{PB} の内積を表している. さらに, $t \neq -1, 3$ のとき, 2つのベクトル \vec{PA} と \vec{PB} のなす角を θ とおく. ただし, $0 \leq \theta \leq 180^\circ$ とする.

- (1) $t = 0$ のときの $\cos \theta$ の値を求めよ.
- (2) $f(t)$ は t の4次式となる. それを降べきの順に整理して書け.
- (3) $f(t)$ は

$$f(t) = (t + m)(t + n)(t^2 + at + b) \quad (\text{ただし, } m, n, a, b \text{ は整数})$$

の形に書ける. $f(t)$ をこの形に書き表せ.

- (4) $-1 < t < 3$ の範囲内で, $\theta = 90^\circ$ となるとき t の値を求めよ.
- (5) 左側からの極限 $\lim_{t \rightarrow 3-0} \cos \theta$ の値を求めよ.