

2012年理(数・物・化)第1問

1 次の問いに答えよ.

(1) 1から9までの番号が書かれた9個のボールが袋に入っている. この袋の中から1個のボールを取り出し, その番号を確認してからもとに戻す試行を考える.

(i) この試行を3回行ったとき, 同じ番号のボールを少なくとも2回取り出す確率は  $\frac{\text{ア} \text{イ}}{\text{ウ} \text{エ}}$  である.

(ii) この試行を2回行ったとき, 取り出したボールの番号の差が1以下となる確率は  $\frac{\text{オ} \text{カ}}{\text{キ} \text{ク}}$  である.

(2)  $t$  を  $t > 1$  をみたす実数とし,  $xy$  平面上で次の方程式で表される3直線  $l_1, l_2, l_3$  を考える.

$$\begin{aligned} l_1: tx - y &= 0 \\ l_2: x - ty - t^2 &= 0 \\ l_3: x + ty - t^2 &= 0 \end{aligned}$$

$l_1, l_2, l_3$  で囲まれる三角形の面積を  $S(t)$  とし, この三角形の  $x$  軸の上側の部分の面積を  $S_1(t)$ ,  $x$  軸の下側の部分の面積を  $S_2(t)$  とする.

(i)  $S_2(t) = 2S_1(t)$  となる  $t$  の値は  $t = \sqrt{\text{ケ}}$  である.

(ii)  $S(t) = \frac{t \text{コ}}{t \text{サ} - \text{シ}}$  であり,  $S(t)$  を  $t$  で微分して符号を調べることにより,  $S(t)$  は  $t = \left( \frac{\text{ス}}{\text{セ}} \right)$

で最小値をとることがわかり, 最小値は

$$\frac{7}{\text{チ}} \left( \frac{\text{ツ}}{\text{テ}} \right) \frac{\text{ト}}{\text{ナ}}$$

となる.

(3)  $p$  を実数とし, 方程式  $x^3 - px^2 - \frac{13}{4}x + \frac{15}{8} = 0$  は3つの実数解  $a, b, c$  ( $a > b > c$ ) をもつとする.  $a + c = 2b$  をみたすとき,

$$a = \frac{\text{ニ}}{\text{ヌ}}, \quad b = \frac{\text{ネ}}{\text{ノ}}, \quad c = \frac{\text{ハ}}{\text{ヒ}}, \quad p = \frac{\text{フ}}{\text{ヘ}}$$

である.

(4)  $O$  を原点とする空間内に3点  $A, B, C$  がある.

$$|\vec{OA}| = 2, \quad |\vec{OB}| = 1, \quad |\vec{OC}| = 3$$

であり,  $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$  のどの2つのなす角も  $\frac{\pi}{3}$  であるとする.  $G$  を  $\triangle ABC$  の重心とし,  $M$  を  $AB$  の中



点, NをBCの中点, LをMNの中点とする. このとき,

$$|\vec{OG}| = \frac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}}, \quad |\vec{GL}| = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ミ}} \boxed{\text{ム}}}}{\boxed{\text{メ}} \boxed{\text{モ}}}$$

である.