

2012年理工（物理・応用生物科・経営工）第2問

2 Oを原点とする座標平面において、点(1, 1)を点(5, 5)に、点(1, -7)を点(-3, 21)に移す1次変換を f とする。 f による点 P の像を点 Q とするとき、 P に対して内積の条件

$$\vec{OP} \cdot \vec{PQ} = 0 \quad (*)$$

を考える。

- (1) f を表す行列を求めよ。
- (2) 条件 (*) を満たす点 $P(x, y)$ の軌跡は2直線となる。この2直線の方程式を求めよ。
実数 $a \geq 0$ に対して、
「点 $(a, 0)$ を中心とする半径1の円周上の点 P で、条件 (*) を満たすものがちょうど2つある」 (**)
とする。この2点を $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ とするとき、 $i = 1, 2$ に対して、 P_i の f による像を Q_i とし、 $\triangle OP_iQ_i$ の面積を S_i とする。
- (3) 上の条件 (**) を満たす a の値の範囲を求めよ。
- (4) S_i を y_i を用いて表せ。また、和 $S_1 + S_2$ の値を a を用いて表せ。