

2014年薬学部(薬)第3問

3 Oを原点とする xyz 空間の x 軸上, y 軸上, z 軸上にそれぞれ点 A, B, Cがあり, $AB = 3$, $AC = 2$ であるという. そのとき, $BC = a$ とおき, 三角形 ABC の面積を S とおく.

(1) a の取りうる値の範囲は

$$\sqrt{\boxed{\text{ア}}} \leq a \leq \sqrt{\boxed{\text{イ}} \boxed{\text{ウ}}}$$

である.

(2) (i) $\cos \angle BAC = \frac{1}{\boxed{\text{エ}} \boxed{\text{オ}}} (-a^2 + \boxed{\text{カ}} \boxed{\text{キ}})$ である.

(ii) $S^2 = \frac{1}{\boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}}} (-a^4 + \boxed{\text{コ}} \boxed{\text{サ}} a^2 - \boxed{\text{シ}} \boxed{\text{ス}})$ である.

(3) $OA = x$ とおいて, S^2 を x を用いて表すと

$$S^2 = -\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} x^4 + \boxed{\text{タ}}$$

となる.

(4) $S = 2\sqrt{2}$ のとき, 四面体 OABC に内接する球 (すなわち, 中心がこの四面体の内部にあって, すべての面と 1 点のみを共有する球) の半径を r とおく.

(i) $r = \frac{\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{1 + \boxed{\text{ツ}} \sqrt{\boxed{\text{テ}}} + \sqrt{\boxed{\text{ト}} \boxed{\text{ナ}}}}$ である.

(ii) $r = \boxed{\text{ニ}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}} - \boxed{\text{ヌ}} \sqrt{\boxed{\text{テ}}} + \boxed{\text{ネ}} \sqrt{\boxed{\text{ト}} \boxed{\text{ナ}}} - \boxed{\text{ノ}}$ となる.