東京理科大学

2015 年 理（数理情報科・応用物理・応用化学） 第 1 問

$\boxed{1}$ 次の $\boxed{}$ 内にあてはまる 0 から 9 までの数字を求めよ．

(1) $f(x) = 4x^4 + 8x^3 + 3x^2 - 2x + \dfrac{1}{4}$，$g(x) = 4x^4 - 8x^3 + 3x^2 + 2x + \dfrac{1}{4}$ で定められる関数に対して，

$f(x)$ は $x = -\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}} + \dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}\sqrt{3}$ において最小値 $\dfrac{\boxed{オ}\boxed{カ}}{\boxed{キ}\boxed{ク}} - \dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}\sqrt{3}$ をとり，

$g(x)$ は $x = \dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}} - \dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}\sqrt{3}$ において最小値 $\dfrac{\boxed{ソ}\boxed{タ}}{\boxed{チ}\boxed{ツ}} - \dfrac{\boxed{テ}}{\boxed{ト}}\sqrt{3}$ をとる．

(2) a を正の実数とし，座標平面上の 2 曲線 $B_1 : y = \left(\dfrac{a}{\pi}x\right)^2$ と $B_2 : y = \sin x$ の $0 < x < \pi$ における交点の x 座標を t，$0 \leqq x \leqq t$ において 2 曲線で囲まれた領域の面積を S とすると，

$$S = \boxed{ナ} - \frac{\boxed{ニ}}{\boxed{ヌ}} t\sin t - \boxed{ネ}\cos t$$

である．

$a = 2$ のとき，$t = \dfrac{\boxed{ノ}}{\boxed{ハ}}\pi$ である．

$0 < a \leqq 2$ に対して S がとり得る値の範囲は

$$\boxed{ヒ} - \frac{\boxed{フ}}{\boxed{ヘ}}\pi \leqq S < \boxed{ホ}$$

である．

(3) 空調のある 1 号室，2 号室，3 号室は電力事情により，同時に 1 部屋しか空調の電源をオンにできない．最初は 1 号室の電源をオンにすることにし，それ以降は 1 時間ごとに大小の 2 つの公平なさいころをふって，どの部屋の電源をオンにするかを以下のように決める．

- 大きい方のさいころの目が奇数ならば，小さい方の目にかかわらず同じ部屋の電源をオンにしたままとする．
- 大きい方のさいころの目が偶数ならば，残りの 2 つの部屋のどちらか一方の電源をオンにする．その際，小さい方のさいころの目が奇数ならば，番号の小さい部屋の電源，偶数ならば番号の大きい方の電源をオンにする．

自然数 n に対して，1 号室の電源を最初にオンにした時から n 時間後に，1 号室の空調の電源をオンにする確率を a_n，2 号室の空調の電源をオンにする確率を b_n，3 号室の空調の電源をオンにする確率を c_n とする．

(i) $a_1 = \dfrac{\boxed{マ}}{\boxed{ミ}}$，$b_1 = \dfrac{\boxed{ム}}{\boxed{メ}}$，$c_1 = \dfrac{\boxed{モ}}{\boxed{ヤ}}$ である．

すべての自然数 n に対して以下が成り立つ．

(ii) $a_n + b_n + c_n = \boxed{ユ}$

(iii) $a_{n+1} = \dfrac{\boxed{\text{ヨ}}}{\boxed{\text{ラ}}} a_n + \dfrac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}} b_n + \dfrac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}} c_n$

(iv) $a_n = \dfrac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロ}}} \left(\dfrac{\boxed{\text{ワ}}}{\boxed{\text{ヲ}}} \right)^n + \dfrac{\boxed{\text{ン}}}{\boxed{\text{あ}}}$

$b_n = -\dfrac{\boxed{\text{い}}}{\boxed{\text{う}}} \left(\dfrac{\boxed{\text{え}}}{\boxed{\text{お}}} \right)^n + \dfrac{\boxed{\text{か}}}{\boxed{\text{き}}}$

$c_n = -\dfrac{\boxed{\text{く}}}{\boxed{\text{け}}} \left(\dfrac{\boxed{\text{こ}}}{\boxed{\text{さ}}} \right)^n + \dfrac{\boxed{\text{し}}}{\boxed{\text{す}}}$