

2012年理(数理情報科)第2問

2 a を実数とし、関数 $f(x) = x^3 + 3ax^2 + (3a^2 - a)x$ について考える。方程式 $f(x) = 0$ の異なる実数解の個数を k とする。 $f(0) = 0$ であることに注意せよ。

- (1) $k = 1$ となるような a の値の範囲を求めよ。
- (2) $k = 2$ となるような a の値を求めよ。
- (3) $k = 3$ となるような a の値の範囲を求めよ。
- (4) a は (3) で求めた範囲にあるとする。方程式 $f(x) = 0$ の 0 以外の実数解を α, β とおく。ただし、 $\alpha < \beta$ とする。
 - (i) $\alpha < 0$ であることを示せ。
 - (ii) $\alpha < \beta < 0$ であるような a の値の範囲を求めよ。
 - (iii) $\alpha < 0 < \beta$ であるような a の値の範囲を求めよ。
- (5) 関数 $f(x)$ が極大値と極小値をもつような a の値の範囲を求めよ。
- (6) a が (5) で求めた範囲にあるとき、関数 $f(x)$ の極小値を $m(a)$ とおく。 a が (5) で求めた範囲を動くときの $m(a)$ の最大値と、最大値を与える a の値を求めよ。