

2012年理（数理情報科・応用物理・応用化学）第3問

3  $a$  を  $a > 2$  であるような実数とする．座標平面上で，曲線  $y = \frac{1}{x}$  を  $C_1$  とし，点  $(a, a)$  を中心とし点  $(1, 1)$  を通る円を  $C_2$  とする．曲線  $C_1$  と円  $C_2$  の点  $(1, 1)$  以外の共有点のうち， $x$  座標が 1 より小さいものを  $B$  とする．点  $B$  から直線  $y = x$  に下ろした垂線と直線  $y = x$  の交点を  $H$  とする．

- (1) 円  $C_2$  の方程式を求めよ．
- (2) 点  $H$  の座標を求めよ．また，点  $H$  と点  $(1, 1)$  の距離を求めよ．
- (3)  $t$  を正の実数とする．直線  $y = x$  上にあり点  $(1, 1)$  からの距離が  $t$  である点のうち， $x$  座標が 1 より大きいものを  $P$  とする．点  $P$  を通り直線  $y = x$  に垂直な直線と曲線  $C_1$  の交点のうち， $x$  座標が 1 より小さいものを  $Q$  とする．このとき，線分  $PQ$  の長さを  $t$  を用いて表せ．
- (4) 直線  $y = x$  と線分  $BH$ ，および曲線  $C_1$  で囲まれた部分を，直線  $y = x$  の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ．