

2015年理工(情報科・工業化・機械工・土木工)第1問

1 次の文章の から までに当てはまる数字0~9を求めなさい。

(1) c を定数として, 3次関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{1}{3}x(x-1)(x-c)$$

と定める. $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は α, β ($\alpha < \beta$) において

$$f'(\alpha) = 0, \quad f'(\beta) = 0$$

を満たすものとする.

解と係数の関係により,

$$\alpha + \beta = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}(c+1), \quad \alpha\beta = \frac{1}{\text{ウ}}c$$

である. したがって

$$\frac{f(\alpha) - f(\beta)}{\alpha - \beta} = -\frac{\text{エ}}{\text{オカ}}(c^2 - c + \text{キ})$$

$$(\alpha - \beta)^2 = \frac{\text{ク}}{\text{ケ}}(c^2 - c + 1)$$

となるので, $c = \frac{1}{2}$ のとき

$$f(\alpha) - f(\beta) = \frac{\sqrt{\text{コ}}}{\text{サシ}}$$

である.

(2) 定数 θ に対して, 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = \cos(2^{n-1}\theta) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定める.

(i) 余弦の2倍角の公式により, 数列 $\{a_n\}$ は漸化式

$$a_{n+1} = \text{ス} a_n^2 - 1$$

を満たす.

(ii) θ が $\cos\theta = \frac{1}{3}$ を満たすとき

$$a_3 = \frac{\text{セソ}}{\text{タチ}}$$



である.

(iii) $\theta = \frac{5}{96}\pi$ とするとき

$$a_{n+1} = a_n$$

を満たす最小の正の整数 n は である.

(3) 大, 中, 小の3個のさいころを同時に投げるものとする.

(i) 1の目が少なくとも1つ出る確率は $\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{テ} & \text{ト} \\ \hline \text{ナ} & \text{ニ} & \text{ヌ} \\ \hline \end{array}}{\hspace{1.5cm}}$ である.

(ii) 出る目の最大値が5である確率は $\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{ネ} & \text{ノ} \\ \hline \text{ハ} & \text{ヒ} & \text{フ} \\ \hline \end{array}}{\hspace{1.5cm}}$ である.

(iii) 大のさいころの目は中のさいころの目以上であり, かつ, 小のさいころの目は中のさいころの目以下である確率は $\frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{ヘ} \\ \hline \text{ホ} & \text{マ} \\ \hline \end{array}}{\hspace{1.5cm}}$ である.

(iv) 大と小のさいころの目の平均が中のさいころの目と等しい確率は $\frac{1}{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{ミ} & \text{ム} \\ \hline \end{array}}$ である.