東京都市大学

2014年 工（機シ・医工・化学）・知識工 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ 次の問に答えよ．

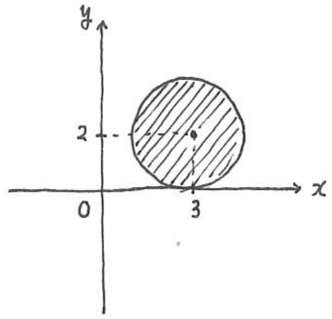
(1) 不等式 $x^2+y^2-6x-4y \leqq -9$ を満たす点 $(x,\ y)$ 全体の集合を xy 平面上に図示せよ．

(2) 関数 $y=e^x-e^{-x}$ のグラフに接する，傾きが4である接線の方程式を求めよ．

(3) 定積分 $\int_{e^{-1}}^{e} |\log x|\, dx$ の値を求めよ．ただし，$\log$ は自然対数である．

(1) $(x-3)^2+(y-2)^2 \leqq 4$

∴ 右図のようになる．ただし境界線も含む



(2) $y'=e^x+e^{-x}$ より，接点を $(t,\ e^t-e^{-t})$ とおくと．

接線の傾きは．$e^t+e^{-t}=4$

$\therefore\ (e^t)^2-4e^t+1=0 \qquad \therefore\ e^t=\dfrac{4\pm\sqrt{16-4}}{2} \qquad \therefore\ e^t=2\pm\sqrt{3}$

$\therefore\ t=\log(2\pm\sqrt{3})$

このとき，接線は．$y=4(x-\log(2\pm\sqrt{3}))+e^{\log(2\pm\sqrt{3})}-e^{-\log(2\pm\sqrt{3})}$

すなわち．$\underline{y=4x-4\log(2\pm\sqrt{3})\pm2\sqrt{3}}$ （複号同順）〃

(3) $e^{-1} \leqq x \leqq 1$ において $\log x \leqq 0$，$1 \leqq x \leqq e$ において $\log x \geqq 0$ なので

$$(与式) = \int_{e^{-1}}^{1} -\log x\, dx + \int_{1}^{e} \log x\, dx$$

$$= -\int_{e^{-1}}^{1} (x)'\log x\, dx + \int_{1}^{e} (x)'\log x\, dx$$

$$= -\Big[x\log x\Big]_{e^{-1}}^{1} + \int_{e^{-1}}^{1} dx + \Big[x\log x\Big]_{1}^{e} - \int_{1}^{e} dx$$

$$= -\frac{1}{e}+1-\frac{1}{e}+e-(e-1)$$

$$= \underline{2-\frac{2}{e}}\ 〃$$