

2014年 経済 第2問

2 2つの曲線 $C_1: f(x) = x^3 - x$ と $C_2: g(x) = x^3 + x^2 + ax$ について考える。ただし、 a は定数である。曲線 C_1 上の点 $A(\frac{1}{2}, -\frac{3}{8})$ における接線を l とし、点 A と異なる点 $B(p, q)$ において曲線 C_1 と直線 l は交わっている。以下の問題に答えよ。

- (1) 曲線 C_1 を原点に関して対称移動したグラフは C_1 自身であることを証明せよ。
- (2) 直線 l の方程式と p, q の値を求めよ。
- (3) 関数 $f(x)$ の $p \leq x \leq \frac{1}{2}$ における最大値と最小値を求めよ。
- (4) 関数 $g(x)$ が極値を持たないための必要十分条件を導関数 $g'(x)$ を用いて表せ。また、このときの定数 a の値の範囲を求めよ。
- (5) $a = 1$ のとき、2つの曲線 C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を求めよ。