

2014年 第7問

 数理
石井K

7 放物線 $y = x^2 + ax + b$ と直線 $y = x + a$ が接しているとき、条件を満たす (a, b) は、何組あるか。ただし、 a, b はともに整数であり、 $b < 10$ とする。

$x^2 + ax + b - x - a = 0$ の判別式を D とすると、

$$D = (a-1)^2 - 4(b-a)$$

$$= a^2 + 2a + 1 - 4b$$

$$\therefore (a+1)^2 = 4b$$

(左辺) ≥ 0 より $b \geq 0$, $b < 10$ と合わせて $0 \leq b \leq 9$

また (左辺) は平方数より、 b も平方数 または 0

$$\therefore b = 0, 1, 4, 9$$

$$\therefore (a, b) = (-1, 0), (1, 1), (3, 4), (5, 9) \\ (-3, 1), (-5, 4), (-7, 9)$$

7組 //