

2014年情報科・工第5問

數理
石井K

- 5 関数 $f(x) = 2x\sqrt{2+x^2}$ について考える。

- (1) 導関数 $f'(x) = \boxed{\text{ア}}$ である。
- (2) 第2次導関数 $f''(x) = \boxed{\text{イ}}$ であり, $x = \boxed{\text{ウ}}$ のとき $f''(x) = 0$ となる。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸, および直線 $x = 1$ で囲まれた部分の面積は $\boxed{\text{エ}}$ である。
- (4) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸, および直線 $x = 1$ で囲まれた部分を, x 軸の周りに1回転させてできる立体の体積は $\boxed{\text{オ}}$ である。

$$(1) f'(x) = 2\sqrt{2+x^2} + 2x \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2x}{\sqrt{2+x^2}} = \frac{4x^2+4}{\sqrt{2+x^2}} //$$

$$(2) f''(x) = \frac{8x\sqrt{2+x^2} - (4x^2+4) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2x}{\sqrt{2+x^2}}}{2+x^2} = \frac{4x(x^2+3)}{(2+x^2)\sqrt{2+x^2}} //$$

$$\therefore x = 0 \text{ のとき, } f''(x) = 0 //$$

$$(3) \therefore S = \int_0^1 2x\sqrt{2+x^2} dx$$

$$= \left[\frac{2}{3}(2+x^2)^{\frac{3}{2}} \right]_0^1$$

$$= 2\sqrt{3} - \frac{4}{3}\sqrt{2} //$$

$$(4) V = \pi \int_0^1 (2x\sqrt{2+x^2})^2 dx$$

$$= \pi \int_0^1 4x^2(2+x^2) dx$$

$$= \pi \int_0^1 4x^4 + 8x^2 dx$$

$$= \pi \left[\frac{4}{5}x^5 + \frac{8}{3}x^3 \right]_0^1$$

$$= \frac{52}{15}\pi //$$

x	...	0	...
$f'(x)$	+	+	+
$f''(x)$	-	0	+
$f(x)$	↗	0	↗

