



2010年工学部第3問

3 座標平面上に原点 $O(0, 0)$ と点 $A(3, 0)$ がある. 自然数 n に対して, 点 $B_n(0, n)$ をとり, $\triangle AB_nO$ の境界を除いた内部に含まれる格子点の個数を a_n とする. ただし, x 座標と y 座標がともに整数の点を格子点という. このとき, 次の各問に答えよ.

- (1) a_1, a_2, a_3 の値を求めよ.
- (2) 自然数 k に対して, $n = 3k$ とする. このとき, $\triangle AB_nO$ の境界を除いた内部に含まれる格子点のうち, x 座標が 1 であるものの個数を, k を用いて表せ.
- (3) 自然数 k に対して, a_{3k} を, k を用いて表せ.
- (4) $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ とする. 自然数 m に対して, S_{3m} を, m を用いて表せ.