

2014年 メディア情報, 都市生活 第1問

 1 次の  を埋めよ。ただし, 解答用紙には計算過程も示せ。

- (1)  $a, b$  を定数とする。等式  $\frac{3x-2}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$  が  $x$  についての恒等式となるように  $a, b$  の値を定めると,  $a =$  ,  $b =$   となる。
- (2) さいころを2回投げ, 各回に出た目をそれぞれ  $a, b$  とするとき,  $\frac{a+bi}{1+3i}$  が実数になる確率は  である。ただし,  $i$  は虚数単位とする。
- (3)  $a$  を  $a \geq 0$  を満たす定数とする。2次関数  $y = 3(x-a)^2 + a^2 - 3a - 4$  ( $-1 \leq x \leq 1$ ) の最大値を  $a$  の式で表すと  となる。また, 最小値を  $a$  の式で表すと,  $0 \leq a < 1$  のとき ,  $a \geq 1$  のとき  となる。
- (4) 直方体 OADB-CEGF において, 辺 OC の中点を P, 辺 AE を 5:1 に内分する点を Q, 辺 BF を 7:1 に内分する点を R とし,  $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$ ,  $\vec{OC} = \vec{c}$  とすると,  $\vec{OQ}$  と  $\vec{OR}$  はそれぞれ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  を用いて  $\vec{OQ} =$  ,  $\vec{OR} =$   と表される。点 P, Q, R を通る平面と辺 EG, 辺 FG との交点をそれぞれ S, T とすると,  $\vec{OS}$  と  $\vec{OT}$  はそれぞれ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  を用いて  $\vec{OS} =$  ,  $\vec{OT} =$   と表される。したがって, 点 S は辺 EG を 1:  に内分し, 点 T は辺 FG を 1:  に内分する。
- (5) 数列  $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$  の一般項がそれぞれ  $a_n = \sin \frac{n\pi}{6}$ ,  $b_n = \cos \frac{n\pi}{6}$ ,  $c_n = \sin \frac{n\pi}{6} + \cos \frac{n\pi}{6}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) で表されるとき,  $a_{37} + a_{43} =$  ,  $b_{191} =$  ,  $c_{436} + c_{439} =$   である。
- (6) 方程式  $4^x - 2^{x+\frac{1}{2}} = 4$  がある。  $a = 2^x$  ( $a > 0$ ) とすると, この方程式は  $x$  を使わずに  $a$  を用いて  と表すことができる。したがって, この方程式の解は  $x =$   である。
- (7)  $f(x) = x^3 - 3x + 2$ ,  $g(x) = 2x^2 - 4x + 2$ ,  $h(x) = 3x^2 - 6x + 3$  とし, 関数  $f(x), g(x), h(x)$  の導関数をそれぞれ  $f'(x), g'(x), h'(x)$  とする。  $f(x) > g(x)$  が成り立つ  $x$  の範囲は  であり,  $f(x) > h(x)$  が成り立つ  $x$  の範囲は  である。また,  $f'(x) > g'(x)$  が成り立つ  $x$  の範囲は  であり,  $f'(x) > h'(x)$  が成り立つための条件は  である。
- (8) 1 から 9 までの番号をつけた 9 枚のカードから, 同時に 2 枚を取り出すとき, 取り出したカードの番号が 1 と 2 である確率は  であり, 連続した 2 つの数字である確率は  である。また, 同時に 3 枚を取り出し, 番号の小さい順に並べたとき, その番号が連続した 3 つの数字である確率は  であり, 3 つの番号の積が 24 である確率は  である。