2014年 工（機工，原工，都市工）・知識工 第4問

数理 石井K

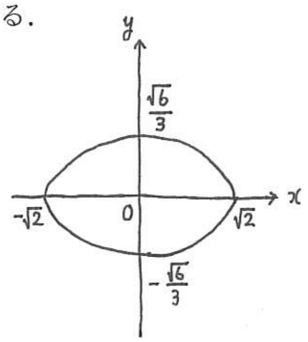
$\boxed{4}$ 楕円 $x^2+3y^2=2$ を C_1 とし，円 $x^2+y^2=1$ を C_2 とする．このとき，次の問に答えよ．

(1) C_1 を図示せよ．

(2) C_1 と C_2 との4つの交点の座標は，$(p,\ q)$，$(-p,\ q)$，$(-p,\ -q)$，$(p,\ -q)$ と表される．p，q を求めよ．ただし，$p>0$，$q>0$ とする．

(3) 楕円 C_1 で囲まれた図形のうち，$0 \leqq x \leqq p$ となる部分の面積を求めよ．ただし，p は(2)で求めたものとする．

(1)



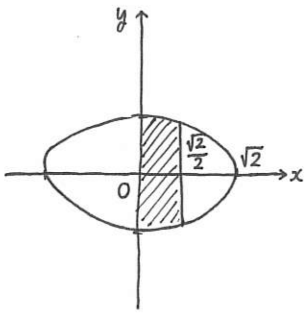
(2) $x^2+3(1-x^2)=2$

$\therefore\ 2x^2=1$

$\therefore\ x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\ ,\ y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

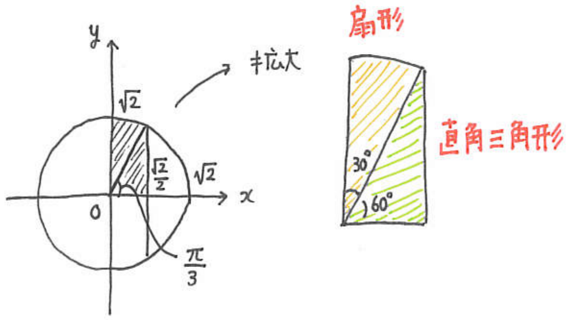
$\therefore\ \underline{p=q=\frac{\sqrt{2}}{2}}$ //

(3)



$$\therefore\ S=\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\sqrt{\frac{2-x^2}{3}}\cdot 2\,dx$$

$$=\frac{2}{\sqrt{3}}\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\sqrt{2-x^2}\,dx$$



$$=\frac{2}{\sqrt{3}}(\text{扇形}+\text{直角三角形})$$

$$=\frac{2}{\sqrt{3}}\left(\pi\cdot(\sqrt{2})^2\cdot\frac{1}{12}+\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$$

$$=\frac{2}{\sqrt{3}}\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

$$=\underline{\frac{\sqrt{3}}{9}\pi+\frac{1}{2}}\ //$$