

2015年工(機シ・医工・化学)・知識工第4問

 数理  
石井

4 次の問に答えよ。

- (1) 曲線  $y = \cos(\pi x)$  上の点  $P\left(\frac{9}{4}, \cos \frac{9\pi}{4}\right)$  における接線の方程式を求めよ。
- (2)  $a, b$  を定数とする。放物線  $y = a(x-b)^2$  が点  $P\left(\frac{9}{4}, \cos \frac{9\pi}{4}\right)$  を通り、点  $P$  におけるこの放物線の接線が(1)で求めた接線と一致するとき、 $a, b$  を求めよ。
- (3) (2)で求めた  $a, b$  に対し

$$f(x) = \begin{cases} \cos \pi x & (x \leq \frac{9}{4}) \\ a(x-b)^2 & (x \geq \frac{9}{4}) \end{cases}$$

とする。  $y = f(x)$  のグラフをかけ。

- (1)
- $y' = -\pi \sin(\pi x)$
- より。接線は

$$y = -\pi \sin\left(\frac{9}{4}\pi\right) \cdot \left(x - \frac{9}{4}\right) + \cos \frac{9\pi}{4}$$

$$\therefore y = -\frac{\sqrt{2}}{2}\pi \left(x - \frac{9}{4}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

- (2)
- $P$
- を通ることより、
- $\frac{\sqrt{2}}{2} = a\left(\frac{9}{4} - b\right)^2 \dots \textcircled{1}$

接線の傾きが等しいことより、 $2a\left(\frac{9}{4} - b\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}\pi \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{2}$  より、 $a\left(\frac{9}{4} - b\right) = -\frac{\sqrt{2}}{4}\pi$  これを  $\textcircled{1}$  に代入して、 $\frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{4}\pi \left(\frac{9}{4} - b\right)$

これを解いて、 $b = \frac{9}{4} + \frac{2}{\pi}$   $\textcircled{2}$  に代入して  $a = \frac{\sqrt{2}}{8}\pi^2$

- (3)

