東京都市大学

2014年 メディア情報，都市生活 第1問

1 次の［　　］を埋めよ．ただし，解答用紙には計算過程も示せ．

(1) a，b を定数とする．等式 $\dfrac{3x-2}{x^2-1}=\dfrac{a}{x-1}+\dfrac{b}{x+1}$ が x についての恒等式となるように a，b の値を定めると，$a=$［ア］，$b=$［イ］となる．

(2) さいころを2回投げ，各回に出た目をそれぞれ a，b とするとき，$\dfrac{a+bi}{1+3i}$ が実数になる確率は［ウ］である．ただし，i は虚数単位とする．

(3) a を $a\geqq 0$ を満たす定数とする．2次関数 $y=3(x-a)^2+a^2-3a-4$ $(-1\leqq x\leqq 1)$ の最大値を a の式で表すと［エ］となる．また，最小値を a の式で表すと，$0\leqq a<1$ のとき［オ］，$a\geqq 1$ のとき［カ］となる．

(4) 直方体OADB-CEGFにおいて，辺OCの中点をP，辺AEを5：1に内分する点をQ，辺BFを7：1に内分する点をRとし，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とすると，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ はそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=$［キ］，$\overrightarrow{\mathrm{OR}}=$［ク］と表される．点P，Q，Rを通る平面と辺EG，辺FGとの交点をそれぞれS，Tとすると，$\overrightarrow{\mathrm{OS}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OT}}$ はそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OS}}=$［ケ］，$\overrightarrow{\mathrm{OT}}=$［コ］と表される．したがって，点Sは辺EGを1：［サ］に内分し，点Tは辺FGを1：［シ］に内分する．

(5) 数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$，$\{c_n\}$ の一般項がそれぞれ $a_n=\sin\dfrac{n\pi}{6}$，$b_n=\cos\dfrac{n\pi}{6}$，$c_n=\sin\dfrac{n\pi}{6}+\cos\dfrac{n\pi}{6}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ で表されるとき，$a_{37}+a_{43}=$［ス］，$b_{191}=$［セ］，$c_{436}+c_{439}=$［ソ］である．

(6) 方程式 $4^x-2^{x+\frac{1}{2}}=4$ がある．$a=2^x$ $(a>0)$ とすると，この方程式は x を使わずに a を用いて［タ］と表すことができる．したがって，この方程式の解は $x=$［チ］である．

(7) $f(x)=x^3-3x+2$，$g(x)=2x^2-4x+2$，$h(x)=3x^2-6x+3$ とし，関数 $f(x)$，$g(x)$，$h(x)$ の導関数をそれぞれ $f'(x)$，$g'(x)$，$h'(x)$ とする．$f(x)>g(x)$ が成り立つ x の範囲は［ツ］であり，$f(x)>h(x)$ が成り立つ x の範囲は［テ］である．また，$f'(x)>g'(x)$ が成り立つ x の範囲は［ト］であり，$f'(x)>h'(x)$ が成り立つための条件は［ナ］である．

(8) 1から9までの番号をつけた9枚のカードから，同時に2枚を取り出すとき，取り出したカードの番号が1と2である確率は［ニ］であり，連続した2つの数字である確率は［ヌ］である．また，同時に3枚を取り出し，番号の小さい順に並べたとき，その番号が連続した3つの数字である確率は［ネ］であり，3つの番号の積が24である確率は［ノ］である．