

2016年薬学部(B前期)第1問



1 次の問に答えよ。ただし、*については+、-の1つが入る。

(1) $x^2 + 5x + 1 = 0$ のとき、 $x + \frac{1}{x} = \boxed{*ア}$ であり、 $x^2 + \frac{1}{x^2} = \boxed{イウ}$ である。

(2) $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ かつ $\tan \theta = -\frac{12}{5}$ のとき、 $\cos \theta = \frac{\boxed{*エ} + 5}{\boxed{オカ} / 13}$ 、 $\sin \theta = \frac{\boxed{*キク} - 12}{\boxed{オカ} / 13}$ である。

(3) 点(4, 2)を通り、傾きが m の直線 l が、円 $C: x^2 + y^2 = 4$ に接するとき、 $m = \boxed{ケ} / \boxed{0}$ 、 $\frac{\boxed{コ}}{\boxed{サ} / 3}$ である。

(4) 容器Aには質量パーセント濃度3%の食塩水が200g、容器Bには質量パーセント濃度10%の食塩水が300g入っている。今、A、Bそれぞれから同量ずつ食塩水を取り出し、Aから取り出したものをBへ、Bから取り出したものをAへ入れたところ、2つの容器A、B内の食塩水の質量パーセント濃度が等しくなった。このとき、容器A、Bそれぞれから取り出した食塩水の量は $\boxed{シスセ}$ g である。ただし、質量パーセント濃度とは溶液(本問の場合、食塩水)の質量に対する溶質(本問の場合、食塩)の質量の割合を百分率(%)で表したものである。

(1) $x \neq 0$ であるから、 $x^2 + 5x + 1 = 0$ の両辺を x で割り、

$$x + 5 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore \underline{x + \frac{1}{x} = -5}$$

この式の両辺を2乗して、 $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 25 \quad \therefore \underline{x^2 + \frac{1}{x^2} = 23}$

(2) $\tan^2 \theta + 1 = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ より、 $\frac{144 + 25}{25} = \frac{1}{\cos^2 \theta} \quad \therefore \cos^2 \theta = \frac{25}{169}$

$\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ より、 $\cos \theta > 0$ 、 $\sin \theta < 0 \quad \therefore \underline{\cos \theta = \frac{5}{13}、\sin \theta = -\frac{12}{13}}$

(3) $l: y = m(x-4) + 2 \iff l: mx - y - 4m + 2 = 0$

点と直線のかり公式より、 $\frac{|-4m+2|}{\sqrt{m^2+1}} = 2 \quad \therefore |2m-1| = \sqrt{m^2+1}$

両辺2乗して $4m^2 - 4m + 1 = m^2 + 1 \quad \therefore m(3m-4) = 0 \quad \therefore \underline{m = 0, \frac{4}{3}}$

(4) x (g) 取り出したとすると、操作後の濃度は等しいから

$$\left(200 \times \frac{3}{100} - x \times \frac{3}{100} + x \times \frac{10}{100}\right) \times \frac{1}{200} = \left(300 \times \frac{10}{100} - x \times \frac{10}{100} + x \times \frac{3}{100}\right) \times \frac{1}{300}$$

これを解いて、 $\underline{x = 120}$