鳥取大学

2015年 医（医） 第1問

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ．

(1) 4個の数字1，2，3，4を使ってできる5桁の整数について，以下の個数を求めよ．ただし，同じ数字を重複して使ってよいものとする．

(ｉ) 2の倍数の個数

(ii) 9の倍数の個数

(iii) 22000以上の整数の個数

(2) 前問と同じ方式で5桁の整数を独立に2個作り，それらを m，n とするとき，$m \leqq n$ となる $(m,\ n)$ の組の個数を求めよ．

(1)(i) 1の位が2または4であればよいので $4^4 \times 2 = \underline{512個}$

(ii) 各位の数の和が9の倍数になればよい

① 和が9となるとき．

$\{1,1,1,3,3\}$，$\{1,1,1,2,4\}$，$\{1,1,2,2,3\}$，$\{1,2,2,2,2\}$

$\dfrac{5!}{3!2!} = 10$通り　$\dfrac{5!}{3!} = 20$通り　$\dfrac{5!}{2!2!} = 30$通り　$\dfrac{5!}{4!} = 5$通り

② 和が18となるとき．

$\{2,4,4,4,4\}$，$\{3,3,4,4,4\}$

$\dfrac{5!}{4!} = 5$通り　$\dfrac{5!}{2!3!} = 10$通り

①，②より．$10+20+30+5+5+10 = \underline{80個}$

(iii) 22から始まる整数 … 4^3個，

23　〃　〃

24　〃　〃

3から　〃　4^4個，

4　〃　4^4個．

以上より．$3 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4^4 = \underline{704個}$

(2) m，n は全部で，それぞれ 4^5個あるので

(m,n) の組の総数は $(4^5)^2 = 4^{10}$ 個ある．

このうち．$m=n$ となるものは 4^5個であるから．

$m<n$ となるものは．$\dfrac{4^{10}-4^5}{2} = 2 \cdot 4^9 - 2 \cdot 4^4$

$\therefore$ $m \leqq n$ となるものは．

$$2 \cdot 4^9 - 2 \cdot 4^4 + 4^5 = 4^4(2 \cdot 4^5 - 2 + 4)$$
$$= 2^8(2^{11}+2)$$
$$= \underline{524800個}$$