



2017年医(医)第4問

4  $\triangle ABC$ において、点Bから直線ACに下ろした垂線をBQ、点Cから直線ABに下ろした垂線をCPとし、直線BQと直線CPの交点をHとする。 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ とおくとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $\overrightarrow{AP}$ 、 $\overrightarrow{AQ}$ をそれぞれ  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  を用いて表せ。
- (2)  $\overrightarrow{AH}$ を  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  を用いて表し、 $\overrightarrow{AH}$ は  $\overrightarrow{BC}$ に直交することを示せ。
- (3) 直線AHと直線BCの交点をRとする。 $a = |\vec{a}|$ 、 $b = |\vec{b}|$ 、 $x = \cos \angle A$ とおくとき、 $|\overrightarrow{AR}|^2$ を  $a$ 、 $b$ 、 $x$ を用いて表せ。
- (4)  $AB \neq AC$ を満たす  $\triangle ABC$ において、辺ABおよび辺ACの長さをそれぞれ  $a$ 、 $b$ で一定に保ちながら  $\angle A$ の大きさを  $0 < \angle A < \pi$ の範囲で動かすとき、 $|\overrightarrow{AR}|^2$ の最大値を求めよ。また、そのとき  $\triangle ABC$ はどのような三角形か。