2011年 理系 第4問

$\boxed{4}$ 次の問いに答えよ．

(1) 自然数 n に対して，$\displaystyle\int_n^{n+1} \frac{1}{x}\,dx$ を求めよ．また

$$\frac{1}{n+1} < \log(n+1) - \log n < \frac{1}{n}$$

を示せ．

(2) 2以上の自然数 n に対して

$$\log(n+1) < \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} < 1 + \log n$$

を示せ．

(3) 2以上の自然数 n に対して

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{ee^{\frac{1}{2}}e^{\frac{1}{3}}\cdots e^{\frac{1}{k}}} > \frac{1}{e}\log(n+1)$$

を示せ．