秋田大学

2014 年 医学部 第 2 問

$\boxed{2}$ 0 以上の整数 n に対して，

$$g_n(x) = e^{-n}(x-n)(n+1-x)$$

とおく．次の問いに答えよ．

(1) $n \leqq x \leqq n+1$ において，曲線 $y = g_n(x)$ 上の点 $(\alpha,\ g_n(\alpha))$ における接線の傾きが $-g_n(\alpha)$ となる α を求めよ．

(2) $f(x) = ce^{-x}$ $(c > 0)$ とおく．曲線 $y = f(x)$ が曲線 $y = g_n(x)$ と共有点をもち，その点におけるそれぞれの曲線の接線が一致するような c を求めよ．

(3) 曲線 $y = g_n(x)$ と (2) で求めた曲線 $y = f(x)$ の共有点を P_n とし，点 P_n における $y = f(x)$ の接線を ℓ_n とする．また，ℓ_n と x 軸との交点を Q_n とする．曲線 $y = f(x)$ と接線 ℓ_n，および点 Q_n を通り y 軸に平行な直線で囲まれた部分の面積を S_n とする．$\lim_{n\to\infty}(S_0 + S_1 + \cdots + S_n)$ を求めよ．