

2017年文学部第3問

3 さいころを4回投げて、出た目を順に a, b, c, d とする。

- (1) 数 1, 2, 3 のそれぞれが a, b, c, d の中に少なくとも 1 回は現れる確率を求めよ。
 (2) 積 $abcd$ が 60 となる確率を求めよ。

(1) (i) 4回投げてすべてが違う目である場合、
 出目のパターンは

$(1, 2, 3, 4), (1, 2, 3, 5), (1, 2, 3, 6)$ の 3通り

$$\text{確率は } \frac{3 \times 4!}{6^4}$$

(ii) 4回のうち 2回は同じ目が出る場合、
 出目のパターンは

$(1, 1, 2, 3), (1, 2, 2, 3), (1, 2, 3, 3)$ の 3通り

$$\text{確率は } \frac{3 \times \frac{4!}{2!}}{6^4} \leftarrow \text{同じものを含む順列}$$

(i) と (ii) の確率を足し合わせて、求める確率は

$$\frac{3 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{6^4} \left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{12} \#$$

(2) $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ より、積 $abcd$ が 60 となる

出目のパターンは

$(2, 2, 3, 5), (1, 2, 5, 6), (1, 3, 4, 5)$ の 3通り

それぞれの確率を足し合わせて、

$$\frac{\frac{4!}{2!} + 4! + 4!}{6^4} = \frac{5}{108} \#$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)60} \\ 2 \overline{)30} \\ 3 \overline{)15} \\ 5 \end{array}$$