



2016年 経済学部 第2問

2 関数  $f(x) = x^3 - 3x + 2$  について、次の問いに答えよ。

- (1) 関数  $f(x)$  の極大値と極小値を求めよ。  
 (2) 関数  $f(x)$  のグラフに点  $(2, -4)$  から引いた2本の接線の方程式をそれぞれ求めよ。  
 (3) 関数  $f(x)$  のグラフのうち  $f(x) \geq 0$  の部分と、(2)の2本の接線で囲まれた部分の面積を求めよ。

$$(1) f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x+1)(x-1)$$

$x$	...	-1	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	4	↘	0	↗

∴ 極大値 4 ( $x = -1$  のとき), 極小値 0 ( $x = 1$  のとき) //

(2) 接点を  $(t, t^3 - 3t + 2)$  とおくと、 $f'(x) = 3(x^2 - 1)$  より接線は

$$y = 3(t^2 - 1)(x - t) + t^3 - 3t + 2$$

$$\therefore y = 3(t^2 - 1)x - 2t^3 + 2 \quad \dots (*)$$

これが  $(2, -4)$  を通るから

$$-4 = -2t^3 + 6t^2 - 4$$

$$\therefore 2t^2(t - 3) = 0 \quad \therefore t = 0, 3$$

(\*) に  $t$  を代入して、 $y = -3x + 2$ ,  $y = 24x - 52$  //

(3) (2) で求めた接線同士との交点は  $(2, -4)$  であるから

$$S = \int_0^2 (x^3 - 3x + 2 - (-3x + 2)) dx + \int_2^3 (x^3 - 3x + 2 - (24x - 52)) dx$$

$$= \int_0^2 x^3 dx + \int_2^3 (x^3 - 27x + 54) dx$$

$$= \left[ \frac{x^4}{4} \right]_0^2 + \left[ \frac{x^4}{4} - \frac{27}{2}x^2 + 54x \right]_2^3$$

$$= 4 + \frac{81}{4} - \frac{243}{2} + 162 - (4 - 54 + 108)$$

$$= \frac{27}{4} //$$

