

2013年 教育学部（中等数学）第3問

3 空間内に1辺の長さが1の正四面体 ABCD と点 O があり、

$$|\vec{AO}| = |\vec{BO}| = |\vec{CO}| = |\vec{DO}|$$

を満たしている.  $\vec{AB} = \vec{b}$ ,  $\vec{AC} = \vec{c}$ ,  $\vec{AD} = \vec{d}$  とおくと、次の問いに答えよ.

(1) 空間内の点 P について、 $l, m, n$  を実数とし、

$$\vec{AP} = l\vec{b} + m\vec{c} + n\vec{d}$$

とする. このとき、 $|\vec{AP}|^2$ ,  $|\vec{BP}|^2$  をそれぞれ  $l, m, n$  を用いて表せ. また、 $|\vec{AP}|^2 = |\vec{BP}|^2$  であるための必要十分条件を  $l, m, n$  を用いて表せ.

(2)  $\vec{AO} = \frac{1}{4}(\vec{b} + \vec{c} + \vec{d})$  であることを示せ.

(3) 線分 BC を 1:4 に内分する点を E とする. 3点 A, C, D を通る平面と直線 EO との交点を F とするとき、 $\vec{AF}$  を  $\vec{c}$ ,  $\vec{d}$  を用いて表せ.