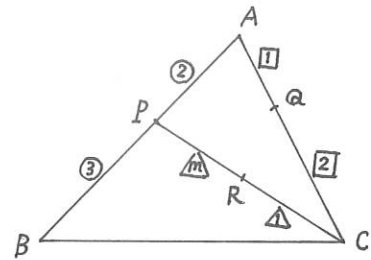


2016年理学部第1問

 数理
石井K

1 三角形ABCにおいて、辺ABを2:3に内分する点をP、辺ACを1:2に内分する点をQとする。正の数 m に対して、線分PCを $m:1$ に内分する点をRとする。 $\vec{AB} = \vec{b}$ 、 $\vec{AC} = \vec{c}$ とおく。次の問いに答えよ。

- (1) \vec{AP} と \vec{AQ} を \vec{b} と \vec{c} を用いて表せ。
 (2) \vec{QR} を \vec{b} 、 \vec{c} 、 m を用いて表せ。
 (3) $|\vec{b}| = 3$ 、 $|\vec{c}| = 2$ 、 $\angle BAC = 60^\circ$ であり、 \vec{QR} と \vec{BC} は垂直であるとき、 m の値を求めよ。



$$(1) \vec{AP} = \frac{2}{5} \vec{b}, \vec{AQ} = \frac{1}{3} \vec{c} //$$

$$(2) \vec{AR} = \frac{1}{m+1} \vec{AP} + \frac{m}{m+1} \vec{AC}$$

$$= \frac{2}{5(m+1)} \vec{b} + \frac{m}{m+1} \vec{c}$$

$$\text{よって、} \vec{QR} = \vec{AR} - \vec{AQ}$$

$$= \frac{2}{5(m+1)} \vec{b} + \frac{2m-1}{3(m+1)} \vec{c} //$$

$$(3) \vec{b} \cdot \vec{c} = |\vec{b}| |\vec{c}| \cos 60^\circ = 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 3$$

$\vec{QR} \perp \vec{BC}$ より、 $\vec{QR} \cdot \vec{BC} = 0$ であるから

$$\vec{QR} \cdot \vec{BC} = \left(\frac{2}{5(m+1)} \vec{b} + \frac{2m-1}{3(m+1)} \vec{c} \right) \cdot (\vec{c} - \vec{b})$$

$$= \frac{2}{5(m+1)} \vec{b} \cdot \vec{c} - \frac{2}{5(m+1)} |\vec{b}|^2 + \frac{2m-1}{3(m+1)} |\vec{c}|^2 - \frac{2m-1}{3(m+1)} \vec{b} \cdot \vec{c}$$

$$= \frac{10m-41}{15(m+1)}$$

$$\therefore 10m - 41 = 0$$

$$\therefore m = \frac{41}{10} //$$