

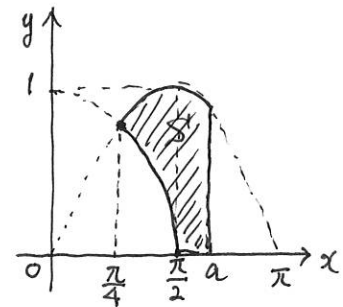


2014年 理工学部 第1問

 数理
石井K

 1 a を $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ を満たす定数とする。2つの曲線

$$y = \sin x \left(\frac{\pi}{4} \leq x \leq a \right), \quad y = \cos x \left(\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right)$$

 と2つの直線 $x = a$, $y = 0$ で囲まれる図形を D とする。このとき、次の問に答えよ。
(1) D の面積 S を求めよ。(2) D を x 軸の周りに1回転してできる立体の体積 V を求めよ。

$$(1) S = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x - \cos x \, dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^a \sin x \, dx$$

$$= \left[-\cos x - \sin x \right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} + \left[-\cos x \right]_{\frac{\pi}{2}}^a$$

$$= \underline{\underline{-\cos a + \sqrt{2} - 1}}$$

$$(2) V = \pi \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x - \cos^2 x \, dx + \pi \int_{\frac{\pi}{2}}^a \sin^2 x \, dx$$

$$= \pi \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} -\cos 2x \, dx + \pi \int_{\frac{\pi}{2}}^a \frac{1 - \cos 2x}{2} \, dx$$

$$= \pi \left[-\frac{1}{2} \sin 2x \right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} + \pi \left[\frac{x}{2} - \frac{1}{4} \sin 2x \right]_{\frac{\pi}{2}}^a$$

$$= \frac{\pi}{2} + \pi \left(\frac{a}{2} - \frac{1}{4} \sin 2a - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= \underline{\underline{\frac{2(a+1)\pi - \pi \sin 2a - \pi^2}{4}}}$$