

2011年 第1問

1  $xy$  平面上の曲線  $C: y = \log x$  に対して、以下の問いに答えよ。ただし、 $\log x$  は  $e$  を底とする自然対数とする。

- (1) 曲線  $C$  上の点  $P(t, \log t)$  における  $C$  の接線  $l$  の方程式を求めよ。
- (2) 接線  $l$  と  $x$  軸の交点  $Q$  の  $x$  座標を  $x_0$  とする。  $x_0$  を  $t$  を用いて表せ。
- (3)  $t > 1$  のとき、曲線  $C$  と  $x$  軸および直線  $x = t$  とで囲まれる部分の面積を  $S(t)$  とする。  $S(t)$  を  $t$  を用いて表せ。
- (4)  $t > 1$  のとき、曲線  $C$  と  $x$  軸および接線  $l$  とで囲まれる部分の面積を  $T(t)$  とする。  $T(t)$  を  $t$  を用いて表せ。
- (5)  $1 < t \leq e^3$  の範囲において、  $f(t) = T(t) - S(t)$  とおく。このとき、関数  $f(t)$  の増減を調べ、  $f(t)$  の最大値および最小値を求めよ。ただし、  $2 < e < 3$  であることは既知としてよい。