

2014年 国際文理（環境科学）第3問

3 関数  $y = \frac{1}{x}$  ( $x > 0$ ) のグラフを考える. 点  $A, B, C$  は  $x$  軸上にあり, その  $x$  座標はそれぞれ  $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1$  である. また,  $AB$  の中点を  $M$ ,  $BC$  の中点を  $N$  とする. これらの点に対して, 点  $A', M', B', N', C'$  はグラフ上にあり, その  $x$  座標は  $A, M, B, N, C$  のそれと同一である. また, 点  $P$  は  $A'A$  上に, 点  $Q$  は  $B'B$  上にあり,  $PQ$  は点  $M'$  で  $y = \frac{1}{x}$  と接する. 点  $R$  は  $B'B$  上に, 点  $S$  は  $C'C$  上にあり,  $RS$  は点  $N'$  で  $y = \frac{1}{x}$  と接している. 以下の問に答えなさい.

- (1) 台形  $AA'B'B$  の面積, 台形  $BB'C'C$  の面積をそれぞれ求めなさい.
- (2) 台形  $APQB$  の面積, 台形  $BRSC$  の面積をそれぞれ求めなさい.
- (3) 定積分  $\int_{\frac{1}{3}}^1 \frac{1}{x} dx$  と (1) の 2 つの台形の面積の和, および (2) の 2 つの台形の面積の和を比較することにより, 次の不等式を証明しなさい.

$$\frac{16}{15} < \log 3 < \frac{7}{6}$$

