



2017年 コンピュータ理工 第2問

12#

2 $\triangle ABC$ において、辺 AC を $3:2$ に内分する点を D 、線分 BD を $5:1$ に内分する点を P とし、直線 AP と辺 BC の交点を E とする。このとき、以下の空欄をうめよ。

(1) $\vec{AE} = k\vec{AP}$, $\vec{BE} = l\vec{BC}$ となる実数 k, l の値は $k = \boxed{\frac{3}{2}}$, $l = \boxed{\frac{3}{4}}$ である。

(2) $\vec{AP} + p\vec{BP} + q\vec{CP} = \vec{0}$ となる実数 p, q の値は $p = \boxed{\frac{1}{2}}$, $q = \boxed{\frac{3}{2}}$ である。

(1) メネラウスの定理より。

$$\frac{BE}{EC} \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{5} = 1$$

$$\therefore \frac{BE}{EC} = 3$$

$$\therefore BE:EC = 3:1 \quad \therefore \vec{BE} = \frac{3}{4}\vec{BC}$$

$$\vec{AE} = \frac{1}{4}\vec{AB} \quad \text{メネラウスの定理より。}$$

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{EP}{PA} = 1 \quad \therefore \frac{EP}{PA} = \frac{1}{2} \quad EP:PA = 1:2$$

$$\therefore \vec{AE} = \frac{3}{2}\vec{AP}$$

$$\text{以上より。} \quad \underline{k = \frac{3}{2}, l = \frac{3}{4}} \quad "$$

(2) ②式より。

$$\vec{AP} + p(\vec{AP} - \vec{AB}) + q(\vec{AP} - \vec{AC}) = \vec{0}$$

$$\therefore (1+p+q)\vec{AP} = p\vec{AB} + q\vec{AC} \quad \therefore \vec{AP} = \frac{p}{1+p+q}\vec{AB} + \frac{q}{1+p+q}\vec{AC}$$

一方 (1) より

$$\vec{AP} = \frac{2}{3}\vec{AE} = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{3}{4}\vec{AC}\right) = \frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$$

$$\therefore \frac{p}{1+p+q} = \frac{1}{6} \quad \text{かつ} \quad \frac{q}{1+p+q} = \frac{1}{2} \quad \text{これを解いて。} \quad \underline{p = \frac{1}{2}, q = \frac{3}{2}} \quad "$$

