



2016年 理学部（数学・情報数理）第6問

6  $p$  を 2 でない素数とし，自然数  $m, n$  は

$$(m + n\sqrt{p})(m - n\sqrt{p}) = 1$$

を満たすとする。

(1) 互いに素な自然数の組  $(x, y)$  で

$$m + n\sqrt{p} = \frac{x + y\sqrt{p}}{x - y\sqrt{p}}$$

を満たすものが存在することを示せ。

(2)  $x$  は (1) の条件を満たす自然数とする。  $x$  が  $p$  で割り切れないことと，  $m$  を  $p$  で割った余りが 1 であることが，同値であることを示せ。