

2016年 医学部 第19問

 数理  
石井

19 1個のサイコロを28回続けて投げる反復試行において、5の目が $r$ 回 ( $0 \leq r \leq 28$ ) 出る確率を  $P(r)$  とする。  $P(r)$  を最大にする  $r$  の値を求めよ。

$$\begin{aligned}
 P(r) &= \left(\frac{1}{6}\right)^r \left(\frac{5}{6}\right)^{28-r} \cdot {}_{28}C_r \\
 &= \frac{5^{28-r}}{6^{28}} \cdot \frac{28!}{r!(28-r)!}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \frac{P(r+1)}{P(r)} &= \frac{5^{27-r}}{6^{28}} \cdot \frac{28!}{(r+1)!(27-r)!} \cdot \frac{6^{28}}{5^{28-r}} \cdot \frac{r!(28-r)!}{28!} \\
 &= \frac{r!(28-r)! 5^{27-r}}{(r+1)!(27-r)! 5^{28-r}} \\
 &= \frac{(28-r)}{(r+1) \cdot 5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \frac{P(r+1)}{P(r)} \geq 1 &\iff 28-r \geq (r+1) \cdot 5 \\
 &\iff r \leq \frac{23}{6} \\
 &\iff r = 0, 1, 2, 3
 \end{aligned}$$

$\therefore P(r) \leq P(r+1)$  となるのは、 $r = 0, 1, 2, 3$  で等号は成り立たない。

$$\therefore P(0) < P(1) < P(2) < P(3) < P(4) > P(5) > \dots > P(28)$$

$\therefore P(r)$  を最大にする  $r$  は、 $r = \underline{4}$  //