

2014年 総合政策学部 第1問

数理
石井K

1 次の問いに答えよ。

- (1) 座標平面上の3点 $A(4, 8)$, $O(0, 0)$, $C(12, 0)$ を頂点とする三角形 $\triangle AOC$ に接する正方形を、一辺が OC 上にあり、2頂点が三角形の他の辺上にあるようにとる。このとき正方形の一辺の長さは

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline \hline 3 & 4 \\ \hline \end{array}$$

2 4
5

である。

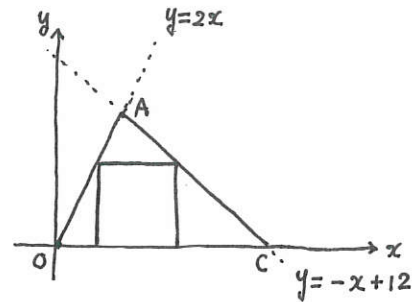
- (2) u, v を $0 < u < 2$, $0 < v$ なる実数とするとき

$$(u-v)^2 + \left(\sqrt{4-u^2} - \frac{18}{v}\right)^2$$

は

$$u = \sqrt{\frac{2}{5}}, \quad v = \frac{3}{6} \sqrt{\frac{2}{7}}$$

のとき、最小値 $\frac{8}{1} \frac{9}{6}$ をとる。(ヒント：平面上の2点の距離を考える.)



(1) OA 上の正方形の頂点は $(t, 2t)$ と表される。

AC 上の正方形の頂点は $(s, 12-s)$ と表される。

$$\therefore 2t = 12 - s = s - t \quad \text{これを解くと } s = \frac{36}{5}, t = \frac{12}{5}$$

$$\therefore \text{一辺の長さは } 2t = \frac{24}{5}$$

(2) $L = (u-v)^2 + \left(\sqrt{4-u^2} - \frac{18}{v}\right)^2$ とおくと。

L は2点 $(u, \sqrt{4-u^2})$, $(v, \frac{18}{v})$ のキヨリなので

$(u, \sqrt{4-u^2})$ は原点を中心とする半径2の円の第1象限を、

$(v, \frac{18}{v})$ は $y = \frac{18}{x}$ ($x > 0$) を動くので

L が最小となるのは、右のグラフのときである。

すなわち、 $u = \sqrt{2}, v = 3\sqrt{2}$ のとき

$$\text{このとき } L = (\sqrt{2} - 3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2} - 3\sqrt{2})^2 = 16$$

